

PLURALIZM LOGICZNY A RELATYWIZM W LOGICE

– Bożena Czernecka-Rej –

Abstrakt. Celem artykułu jest analiza sytuacji logiki współczesnej w aspekcie pytania o związek pluralizmu systemów logicznych z relatywizmem w logice. Poszukuję odpowiedzi na pytania: Czy wielość logik, a dokładniej wielość i różnorodność systemów skonstruowanych przez logików, da się w jakiś racjonalny sposób usprawiedliwić? Czy pluralizm w logice nieodzownie prowadzi do uznania tezy relatywizmu? Czy we współczesnej filozofii logiki logiczny relatywizm jest zabobonem czy też poglądem prawdziwym i należycie uzasadnionym?

Słowa kluczowe: system logiczny, pluralizm w logice, relatywizm, Zasada Tolerancji, Rudolf Carnap, J.C. Beall, Greg Restall, Józef M. Bocheński.

W Stu zabobonach. Krótkim filozoficznym słowniku zabobonów (wydanym w Paryżu w ramach Biblioteki „Kultury”) Józef Maria Bocheński poświęca kilka uwag poglądom, jakie panowały w drugiej połowie XX stulecia w odniesieniu do logiki. Ta napisana ponad ćwierć wieku temu, błyskotliwa i niepozbawiona ironii książka została nazwana *Alfabetem Bocheńskiego*, ponieważ jej autor w alfabetycznie zestawionych hasłach demaskuje zabobony, czyli błędne, choć mocno zakorzenione przekonania, które w ideologiczny sposób wypaczają myślenie w sferze nauki, polityki oraz w innych dziedzinach życia.

Pod hasłem LOGIKA Bocheński wyróżnia pięć zabobonów odnoszących się do logiki, u podłoża których leży jakaś forma irracjonalizmu lub które są wyrazem źle rozumianego racjonalizmu. Można je potraktować jako intelektualne prowokacje, sformułowane dosadnie i z dużym dystansem. Zabobon hasłowo nazwany „relatywizm w logice” wyraża się w twierdzeniu, że mamy całkowitą wolność w wyborze między różnymi, nawet wzajemnie sprzecznymi, logikami. Charakteryzując status logiki współczesnej niektórzy uczeni, szczególnie przeciwnicy stosowania logiki w filozofii, zwracają uwagę, że fakt istnienia wielu różnych systemów logicznych przemawia na rzecz konwencjonalizmu czy relatywizmu w wyborze takiego lub innego systemu logiki. Uważają, że brak jednej praw-

Bożena Czernecka-Rej
e-mail: bczern@kul.pl
Wydział Filozofii KUL
al. Raławickie 14, 20-950 Lublin

dziwej logiki stawia przed problemem wyboru tej właściwej do analizy danego zagadnienia naukowego lub jako podstawy rozumowania w języku potocznym.

Obok zabobonu relatywizmu w logice, który będzie przedmiotem niniejszego tekstu, Bocheński wymienia inne błędne poglądy na temat logiki. Stosunkowo najbardziej niewinna z nich jest idea powrotu do logiki dawniejszej – kartezyjskiej albo arystotelesowskiej, wynikająca z nieznanności logiki współczesnej oraz chęci unikania ścisłości i precyzji. Znacznie groźniejsze zabobony wiąże Bocheński z jednej strony z przekonaniem o istnieniu „głębszych” logik (np. dialektycznej, transcendentalnej itp.) oraz z drugiej, z chęcią wyzwolenia się z „kajdanów logiki”. Poniekąd przeciwny im zabobon wyraża się w przecenianiu roli logiki matematycznej i tezie, że jest ona niezbędna do rozumowania w życiu codziennym.

Celem tej pracy jest analiza sytuacji logiki współczesnej w aspekcie pytania o związek pluralizmu systemów logicznych z relatywizmem w logice. Czy wielość logik, a dokładniej wielość i różnorodność systemów skonstruowanych przez logików, da się w jakiś racjonalny sposób usprawiedliwić? Czy pluralizm w logice nieodzownie prowadzi do uznania tezy relatywizmu? Czy współcześnie relatywizm w logice jest zabobonem czy też poglądem prawdziwym i należyście uzasadnionym?

Geneza problemu - Zasada Tolerancji

W latach 20. XX w. powstały pierwsze systemy tzw. logik nieklasycznych, które nazywa się też logikami heterodoksyjnymi lub niestandardowymi. Twórcy logik wielowartościowych, logik ścisłej implikacji oraz logiki intuicjonistycznej podważali obowiązywalność niektórych tez lub zasad logiki klasycznej. Na przykład, twórcy logik wielowartościowych odrzucali zasadę dwuwartościowości, twórcy logik implikacji ścisłej – tezę gwarantującą, że z dwóch wyrażen sprzecznych wynika każde wyrażenie, a twórcy logiki intuicjonistycznej – tezę gwarantującą, że spośród dowolnych dwóch wyrażen sprzecznych co najmniej jedno jest prawdziwe. U podłoża konstrukcji nowych systemów leżało przeświadczenie, że logika klasyczna nie jest zadowalającym rozwiązaniem problemu wynikania. Logicy dążyli do zbudowania bardziej adekwatnego systemu logiki – takiego, który okaże się bezdyskusyjnym wyrazicielem norm poprawności logicznej.

Od połowy XX w. nowe systemy różnorodnych logik nieklasycznych powstają lawinowo. Obecnie mamy do czynienia z nieskończoną rodziną nieskończenie wielu zbiorów systemów. Przede wszystkim jednak zmieniła się motywacja logików, którzy, być może wobec doświadczanych niepowodzeń, zarzucili poszukiwanie jedynej prawdziwej i adekwatnej logiki, a zaczęli sobie stawiać minimali-

styczne, a przez to bardziej osiągalne cele. Współczesne rachunki wyrastają z potrzeby rozwiązania pewnych lokalnych problemów z zakresu nauk szczegółowych lub filozofii; najczęściej jednak badania nad kolejnymi systemami mają na celu wyznaczenie map (struktur), w których jest continuum logik, a niektóre spośród tych systemów lokalizuje się jako logiki kluczowe ze względu na zadane formalnie interesujące własności, bez stawiania pytania o to, czy mają one (i ew. do czego) praktyczne zastosowania.

Do zmiany podejścia do problemu wielości logik i natury logiki w ogóle przyczyniła się walenie *Zasada Tolerancji*, którą sformułował i swoim wielkim autorytetem rozpowszechnił Rudolf Carnap. Modyfikowała ona wcześniejsze nastawienie logików na poszukiwanie jednej poprawnej logiki. W *Słowie wstępnym* do *Logicznej składni języka* Carnap pisze:

Pierwsze próby odcumowania statku logiki od *terra firma* form klasycznych były, z historycznego punktu widzenia, niewątpliwie śmiałe. Hamowało je jednak dążenie do 'poprawności'. Obecnie przewyżczyliśmy tę przeszkodę i otwiera się przez nami bezkresny ocean nieograniczonych możliwości¹.

Źródłem nieograniczonych możliwości w logice jest, według Carnapa, niczym nieskrępowana dowolność w wyborze aksjomatów i reguł pierwotnych. Odnosi się to przede wszystkim do logik nieklasycznych, w przypadku których rodzaj 'maszynerii inferencyjnej' zależy od inwencji ich twórców. Takie ujęcie zakłada syntaktyczne podejście do logiki, tj. sprowadzenie logiki do syntaksy języka². Dobitnie wyraża to słowami:

Nasza postawa wobec postulatów tego rodzaju [logik nieklasycznych – B.C.-R.] znajduje ogólne sformułowanie w *Zasadzie Tolerancji*: *naszą sprawą nie jest ustanawiać zakazy, lecz dochodzić do umów. [...] W logice nie ma moralności*. Każdy ma prawo budować własną logikę, to jest własną formę języka, tak jak sobie życzy. Jedyne, czego się od niego wymaga, jeśli pragnie dyskusji nad swoją logiką, to to, by sformułował jasno stosowane przez siebie metody i podał reguły syntaktyczne zamiast argumentów filozoficznych³.

¹ Carnap (1995): 9–10.

² Carnap (z lat 30. XX stulecia) pomijał w swoich badaniach problematykę semantyczną, gdyż uwikłana była w antynomie. Dopiero później, pod wpływem prac Tarskiego, uznał, że formalna metoda składni musi być uzupełniona przez pojęcia semantyczne, które mogą być zdefiniowane środkami nie mniej ścisłymi aniżeli składniowe.

³ Ibidem: 78–79.

Sformułowana Zasa da głosi, że wszystkie możliwe logiki, o ile ich syntaktyczna charakterystyka nie budzi zastrzeżeń, są równoprawne. We wszystkich symbole logiczne mają sens określony przez przyjęte w nich reguły formalne, nie mogą natomiast odwoływać się do znaczenia wyrażen. Sensu tego nie można kwestionować, dlatego w tak rozumianej logice „nie ma moralności”, dozwolony jest każdy (niesprzeczny) układ znaków i reguł ich przekształcania. Konstruując język można przyjąć regułę przekształceń, która dowolnie wybrane zdanie tego języka każe traktować jako aksjomat, czyli wyrażenie wynikające bezpośrednio z pustej klasy zdań (pod jednym wszakże warunkiem, że dołączenie takiej reguły nie prowadzi do sprzeczności). Ważne jest jedynie to, aby język był zbudowany w sposób jasny, czysto syntaktyczny. Carnap dał przykład takiej konstrukcji języka – zbudował finitystyczny Język I (tj. rachunku intuicjonistycznego) oraz Język II (rachunku klasycznego).

Ponieważ logika, według Carnapa, to system językowy scharakteryzowany syntaktycznie, można mówić tylko o poprawności wewnątrzsystemowej danego rozumowania. Jeśli poprawność w logice jest zrelatywizowana do systemu, to nie ma podstaw do odrzucenia jakiejś logiki jako niepoprawnej. Zasa da Tolerancji odcina zewnętrzną perspektywę oceny logiki, wyklucza stosowanie zewnętrznego kryterium poprawności. Wszystkie precyzyjnie czysto syntaktycznie określone relacje konsekwencji są dopuszczone. Wyróżnienie jednej z nich i przyjęcie logiki na niej opartej byłoby, zdaniem Carnapa, aktem całkowicie arbitralnego wyboru. Wszelkie próby usprawiedliwienia logiki, wykazania, że jest ona poprawna i stanowi godną zaufania postać ‘prawdziwej logiki’ uznaje Carnap za lęgowisko pseudoproblemów, od których filozofię należy raz na zawsze uwolnić⁴.

Poglądy Carnapa szybko się rozprzestrzeniały. Zapewne pod ich wpływem Bocheński kreśląc całościowy obraz rozwoju logiki zauważył istotny zwrot w spojrzeniu na naturę i rolę tej dyscypliny wraz z powstawaniem coraz to nowych sformalizowanych logik nieklasycznych. Początkowo chociaż współistniało kilka systemów, każdy z nich był przez swoich zwolenników uważany za jedyny prawdziwy, natomiast w logice współczesnej ugruntowała się intuicja, że w każdej dziedzinie może istnieć i rzeczywiście istnieje wiele różnych nierywalizujących ze sobą systemów logicznych. Sądzi się, że są one w równym stopniu ‘prawdziwe’⁵, albo – właśnie z tej racji – nie należy im w ogóle przypisywać kategorii prawdy i fałszu, lecz traktować czysto instrumentalnie.

⁴ W *Zasadzie Tolerancji* wyraża się skrajnie konwencjonalistyczne stanowisko Carnapa. Ricketts (1994): 176–200.

⁵ Prawdę rozumie się wówczas w sposób koherencyjny.

Czy pluralizm logiczny J.C. Bealla i Grega Restalla jest relatywizmem?

U progu XXI w. można zauważyć wzrost zainteresowania problematyką wielości logik. Tematyka ta jest motorem napędowym filozofii logiki, dyscypliny, która rozwija się szczególnie prężnie od lat 70. ubiegłego stulecia. Dyskusje prowadzone pod hasłem „logical pluralism” zataczają coraz szersze kręgi na mapie świata, od uczonych europejskich po amerykańskich i australijskich. W ostatnich latach odbyły się dwie międzynarodowe konferencje naukowe poświęcone tej problematyce: *Pluralizm logiczny* (2008, Uniwersytet w Tartu, Estonia) oraz *Truth Pluralism and Logical Pluralism* (2015, University of Connecticut, USA), które zgromadziły wielu czołowych specjalistów z całego świata. Opracowano też hasło *logical pluralism* w *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (autor Gillian Russell).

Współczesne logiczno-filozoficzne dyskusje zostały zapoczątkowane kontrowersyjnymi pracami dwóch autorów: J.C. Bealla (Uniwersytet Connecticut, USA i Otago, Nowa Zelandia) i Grega Restalla (Uniwersytet Melbourne, Australia). Ich monografia *Logical Pluralism*⁶, będąca istotnym rozszerzeniem kilku wcześniejszych artykułów, m.in. *Logical Pluralism*⁷, *Defending Logical Pluralism*⁸ stała się punktem odniesienia dla obecnie prowadzonych dyskusji. Zważywszy na krótki okres czasu, jaki upłynął od jej publikacji, bibliografia dotycząca tematyki *logical pluralism* jest olbrzymia i tylko kilka pozycji nie odwołuje się do prac wspomnianych autorów. Jednak ich koncepcja jest tyleż inspirująca, co problematyczna.

Beall i Restall bronią metodologicznej tezy, którą nazywają logicznym pluralizmem, i która, ich zdaniem, nie ma nic wspólnego z tezą relatywizmu. Odwołują się wprawdzie do Zasady Tolerancji, lecz jednocześnie odcinają się od Carnapowej wersji pluralizmu, którą kwalifikują jako relatywizm⁹. Uważają, że etykietę relatywisty słusznie przypisuje się Carnapowi, ponieważ relację konsekwencji logicznej, a więc i poprawność logiczną, odnosi on do danego języka. Przy takim podejściu są różne, nieporównywalne, choć równie poprawne, relacje konsekwencji logicznej w różnych językach. Dopuszcza się zatem wielość systemów logiki dla wielu rozmaitych języków. Natomiast pluralizm logiczny jest czymś innym, a nadto jest, w odróżnieniu od relatywizmu, z wielu powodów pożądanym.

⁶ Beall, Restall (2006).

⁷ Beall, Restall (2000).

⁸ Beall, Restall (2001).

⁹ Restall (2002): 429.

Pluralizm logiczny Bealla i Restalla jest pluralizmem dotyczącym pojęcia wynikania logicznego lub konsekwencji logicznej (nie odróżniają oni tych dwóch pojęć), które uznają za najważniejsze pojęcie w logice. Służy ono do oddzielenia wnioskowań poprawnych od niepoprawnych, a to właśnie jest zasadniczy cel logiki. Ich zdaniem definicja wynikania Tarskiego wcale nie jest uniwersalna, a stanowi tylko jedną z możliwych eksplikacji tego pojęcia. Trzeba raczej sięgnąć do bliżej nieokreślonego, preteoretycznego pojęcia wynikania występującego w dyskursie pozaformalnym. Rezygnują zatem w punkcie wyjścia z używania technicznych pojęć interpretacji i modelu. Proponowaną definicję wynikania logicznego nazywają uogólnioną tezą Tarskiego. Ma ona postać:

Wyrażenie Φ wynika logicznie ze zbioru wyrażen X wtedy i tylko wtedy, gdy wyrażenie Φ jest prawdziwe w każdym przypadku, w którym prawdziwe są wszystkie wyrażenia należące do zbioru X ¹⁰.

Relacja wynikania logicznego jest niedookreślona ze względu na niesprecyzowane pojęcie przypadku. W zależności od sposobu jego rozumienia można uzyskać różne logiki. Na przykład, jeśli każdy przypadek jest niesprzeczny i zupełny, otrzymujemy logikę klasyczną. Jeśli każdy przypadek jest niesprzeczny, ale niekoniecznie zupełny, otrzymujemy logikę intuicjonistyczną. Jeśli zaś każdy przypadek jest zupełny, ale niekoniecznie niesprzeczny – jakąś logikę relewantną. Z uwagi na te cechy przypadkami mogą być modele teoriomnogościowe, światy możliwe, konstrukcje (stadia konstrukcji) oraz sytuacje¹¹.

Beall i Restall utrzymują, że ich pluralizm jest bardziej radykalny niż propozycja wysunięta przez Carnapa. Dopuszczalne są bowiem różne doprecyzowania definicji wynikania w tym samym języku. Logiki z tym samym słownikiem, w szczególności tym samym zbiorem stałych logicznych, takie np. jak intuicjonistyczna, klasyczna, relewantna, nie zgadzają się co do poprawności niektórych rozumowań.

Koncepcji tej postawiono szereg zarzutów, od stosunkowo niegroźnych, polegających na wskazaniu braku precyzyjnych definicji pewnych pojęć (w tym kluczowego pojęcia przypadku), po zakwestionowanie założeń, na których się ona opiera lub odsłonięcie niepożądanych konsekwencji, do jakich prowadzi. Niektóre deklaratywne stwierdzenia autorów *Logical Pluralism* nie wytrzymują krytyki. W szczególności wydaje się, że nie da się utrzymać tezy, iż wspomniane trzy logiki posługują się tym samym językiem. Na przykładzie funktora negacji można

¹⁰ Beall, Restall (2006): 29. Podobna definicja znajduje się w: Beall, Restall (2000): 476.

¹¹ Beall, Restall (2006): 89.

pokazać, że w każdej z nich stałe logiczne posiadają odmienne znaczenie. Warunki prawdziwościowe w logice klasycznej, intuicjonistycznej i relewantnej są, odpowiednio, następujące:

- (Klas) $\neg A$ jest prawdziwa w Tarskiego modelu M wtw A nie jest prawdziwa w M ;
- (Int) $\neg A$ jest prawdziwa w konstrukcji k wtw dla każdej konstrukcji k' silniejszej od k (będącej rozszerzeniem k), A nie jest prawdziwa w k' ;
- (Rel) $\neg A$ jest prawdziwa w sytuacji s wtw dla każdej sytuacji s' kompatybilnej z s , A nie jest prawdziwa w s' .

Ponieważ warunki prawdziwości określają znaczenie funktorów, a każda logika podaje inne warunki prawdziwości, zatem funktory posiadają więcej niż jedno znaczenie¹². Dotyczy to nie tylko negacji, lecz również pozostałych funktorów, ponieważ ich znaczenie współkonstruuje się przez wzajemne związki. Niespójne wydaje się podawanie trzech różnych warunków prawdziwości dla danego funktora i jednocześnie twierdzenie, że ma on to samo znaczenie w trzech wymienionych logikach¹³. Dla uzasadnienia swej tezy Autorzy powinni raczej podać jeden warunek dla negacji, z którym zgodziliby się logicy klasyczni, relewantyści i intuicjoniści.

Beall i Restall wyjaśniają, że różne ujęcia negacji nie wykluczają się, lecz uzupełniają, gdyż dotyczą różnych aspektów funktora negacji. Warunek (Klas) mówi, kiedy negacja jest prawdziwa w modelu, warunek (Int) mówi, kiedy negacja jest prawdziwa w stadium konstrukcji, zaś warunek (Rel) mówi, kiedy jest ona prawdziwa w sytuacji¹⁴. Przywołując epistemologiczne rozróżnienie między poznaniem prawdziwym a adekwatnym, można powiedzieć, że każde z ujęć negacji jest ujęciem prawdziwym, tj. zgodnym z określonym aspektem negacji, choć żadne nie jest ujęciem adekwatnym, czyli nie obejmuje wszystkich stosujących się do negacji aspektów. Od nieco innej strony ujmując, Beall i Restall starając się uniknąć

¹² Warunek (Int) adaptuje semantykę formalną dla logiki intuicjonistycznej, w której mówi się o kumulatywności informacji dostarczanej w sytuacjach. Natomiast w (Rel) kompatybilność sytuacji s i s' oznacza, że każde zdanie, które posiada wartość logiczną w obu sytuacjach, posiada w nich tę samą wartość. Kwestię tę podnosi Priest (2001): 24–25. Priest sugeruje, że gdyby funktory posiadały jedno znaczenie, co najwyżej jedna logika – ta która poprawnie je ujmuje – byłaby poprawna.

¹³ Griffiths (2013): 179.

¹⁴ Beall, Restall (2001): 8. Fakt ten porównują oni do wypowiedziania różnych zdań, np. na temat Grahama Priestę (dalej: GP). Jc mówi, że GP jest filozofem; Greg mówi, że GP jest marksistą; X mówi, że GP jest znakomitym karateką itp. Żadne z tych zdań nie ujmuje całej prawdy o GP, każde opisuje tylko jedną jego cechę, a opisy te nie wykluczają się. Nic nie stoi na przeszkodzie, by wszystkie te zdania były łącznie prawdziwe. Analogia ta wydaje się jednak ułomna, ponieważ wszystkie powyższe cechy (bycie filozofem, marksistą, karateką) odnoszą się do tego samego człowieka. Natomiast jakie jest wspólne podłoże modelu, konstrukcji, sytuacji?

pluralizmu znaczenia, stwierdzają, że funktor '¬' znaczy to samo w każdej logice, lecz przebiega różne rodzaje przypadków: modele w logice klasycznej, konstrukcje w logice intuicjonistycznej, sytuacje w logice relewantnej, i w każdym z nich inaczej się zachowuje.

Warto zauważyć, że jeśli stałe logiczne miałyby jedno tylko znaczenie, wówczas różne logiki dawałyby różne teorie tych samych funktorów. W konsekwencji właściwe byłoby pytanie, która jest tą jedyną poprawną. W jaki sposób zatem Beall i Restall bronią jednocześnie niezmienności znaczenia i pluralizmu logicznego? Wydaje się, że traktują oni znaczenie potocznych spójników jako nie do końca ustalone, tak że może być ono specyfikowane na różne sposoby. Zatem różne typy przypadków nie tyle ujmują znaczenie jednego i tego samego potocznego spójnika, ile raczej chwytają różne jego cechy, które wzięte łącznie pretendują do dania pełnej charakterystyki znaczenia danego spójnika. Patrząc z przedstawionej tu perspektywy można stwierdzić, że pluralizm dotyczy jednego i tego samego języka, ale tym językiem jest wieloznaczny język potoczny, którego funktory nie mają w pełni ustalonego znaczenia.

Nie wchodząc w szczegóły koncepcji Bealla i Restalla, bezpodstawne wydaje się ich powoływanie się na definicję wynikania Tarskiego, ponieważ nie zauważają oni, że definicja ta jest głęboko osadzona w semantyce (semantyczne pojęcia spełniania, prawdy, modelu). Wpisują się oni raczej w podejście wyznaczone przez Zasadę Tolerancji (lub zasadę swobodnego wyboru logiki). Swoją tezę uzasadniają bowiem przez konstatację, że różne logiki można uzyskać w zależności od sposobu rozumienia syntaktycznego pojęcia przypadku. Przypadki różnicują się według posiadania lub nie cech niesprzeczności i zupełności. Beall i Restall stawiają tezę pluralizmu logicznego i znajdują dla niej podstawy na płaszczyźnie czysto rachunkowej, a system logiczny sprowadzają do samego formalizmu¹⁵. Czy zatem – wbrew składanym deklaracjom – ich pluralizm logiczny nie sprowadza się do relatywizmu rozumianego jako brak obiektywnych (zewnątrznych) kryteriów oceny systemów logiki?

Koncepcja logiki a wielość logik

Sprowadzenie logiki do samego tylko rachunku formalnego jest dla Carnapa, a także dla Bealla i Restalla, podstawą do wysunięcia tezy o „swobodnym wyborze logiki” czy „równouprawnieniu logik”. Jest tak dlatego, że struktury formalne mogą być tworzone dowolnie.

¹⁵ Można chyba powiedzieć, że nie wychodzą oni poza osiągnięcie Bernarda Bolzano'a, który odkrył i uzasadnił wielość operacji konsekwencji.

Czy jednak tak rozumiana logika pozwala na wypełnienie zadania, które wyznaczyli jej twórcy – Arystoteles, a współcześnie Frege i Russell? Nieco upraszczając, można powiedzieć, że zadanie to polega na reprezentowaniu albo modelowaniu pewnych związków logicznych. Formalizm (rachunek), choć stanowi integralną część logiki, zwłaszcza w jej współczesnej postaci, jednak nie wystarczy do realizacji tego podstawowego celu logiki. Filozof logiki S. Haack pisze, iż „niezinterpretowany system formalny jest tylko zbiorem znaczków i nie może być utożsamiany z tego powodu z logiką formalną”¹⁶. System logiki powinien obok formalizmu posiadać interpretację, zgodnie z którą będzie aspirował do wcielania kanonów poprawnego wnioskowania.

W pełni rozwinięty system logiki powinien zatem posiadać następujące elementy: rachunek formalny; semantykę formalną (czystą); klucz interpretacyjny; semantykę opisową (nieformalną). Pierwsze dwa elementy składają się na formalizm, dwa następne tworzą interpretację.

Formalizm logiki wydaje się sprawą oczywistą. Jest to rachunek dedukcyjny wraz z metodami badania jego formalnych własności. Drugim elementem współtworzącym formalizm jest semantyka formalna, która również jest tworem matematycznym, służącym do badania własności rachunku. Funkcję semantyki formalnej pełnią najczęściej struktury relacyjne, struktury algebraiczne lub topologiczne. Typowym przykładem semantyki formalnej są relacyjne semantyki (standardowych i niestandardowych) światów możliwych konstruowane dla różnego rodzaju logik (modalnych, intuicjonistycznych, parakonsystentnych). Funkcję semantyki formalnej pełnią także matryce dla klasycznej logiki zdań czy wielowartościowych logik zdaniowych, będące algebraicznymi charakterystykami tych logik.

Semantyka formalna jest adekwatna do rachunku, jeśli każda teza rachunku jest wyrażeniem prawdziwym w tej semantyce formalnej oraz każde wyrażenie prawdziwe w semantyce formalnej jest tezą rachunku. Pojęcie prawdy, o którym mówi się w semantyce formalnej, jest jednak osobliwie rozumiane. Nie chodzi tu o semantycznie ujętą prawdę. Dla przykładu charakterystyka matrycowa systemu jest charakterystyką algebraiczną, taką, że wartości matrycy nie muszą być interpretowane semantycznie. Tarski ustalił, i jest to powszechnie akceptowane, że terminy semantyczne dotyczące wyrażeń danego języka są definiowalne tylko w takim metajęzyku, który oprócz nazw wyrażeń tego języka zawiera również ich przekłady na metajęzyk. Pojęcia semantyczne są zatem możliwe do zdefiniowania w metajęzyku, który wykracza poza syntaksę danego języka.

¹⁶ Haack (1978): 3.

Tymczasem pojęcie spełniania w matrycy i tautologii matrycy mogą być określone w metasysemie, w którym występują tylko nazwy wyrażeń tego rachunku, a nie występują ich przekłady na metajęzyk. Dlatego są one pojęciami syntaktycznymi. Zatem można charakterystykę matrycową traktować czysto formalnie, nie przyjmować żadnej semantycznej interpretacji wartości matrycy¹⁷.

Takim właśnie syntaktycznym pojęciem prawdy operują Beall i Restall. Prawdziwość jest prawdziwością czysto formalną, w pewnych matematycznych strukturach. Rolę struktur pełnią tu różne rodzaje 'przypadków'. Już sam fakt, że autorzy rezygnują z dystynkcji język – metajęzyk na rzecz jakiegoś języka 'uniwersalnego' sprawia, że nie mogą zbudować definicji prawdy dla tego języka. Pojęcie 'prawdy', o jakim mówią Beall i Restall, nie ma żadnego odniesienia przedmiotowego, a związki nie odpowiadają relacjom przedmiotowym. Można wobec tego zapytać, jaka jest ich wartość poznawcza¹⁸.

Sformalizowany język wraz z jego semantyką formalną to dopiero jedna strona logiki, ta bardziej zewnętrzna. Musi być ona uzupełniona o drugi element – interpretację, która nada jej odniesienie przedmiotowe, czyli – mówiąc metaforycznie – tę logikę ożywi¹⁹, sprawi że będzie można przypisać jej wartość poznawczą. Idea interpretacji systemu obecna jest już u logików ze Szkoły Lwowsko-Warszawskiej. Łukasiewicz wyjaśnia:

Oto w ciężkiej pracy myślowej, trwającej lata całe i pokonywającej niesłychane trudności zdobywamy krok po kroku nowe prawdy logiczne. I czegoż te prawdy mają dotyczyć? Pustych napisów, ornamentów przestrzennych? Nie jestem grafikiem ani kaligrafem – ornamenti, napisy nic mnie nie obchodzą. Cała różnica, jaka dzieli logistykę od gry szachowej, polega właśnie na tym, że figury szachowe nic nie znaczą, a znaki logiczne mają jakiś sens. O ten sens nam chodzi, o myśli i znaczenia wyrażone przez znaki, choćbyśmy nie wiedzieli, co to są te znaczenia, nie zaś o znaki same²⁰.

Kazimierz Ajdukiewicz nawiązuje do porównania z szachami podkreślając, że istotna różnica polega na tym, iż „w systemach naukowych aksjomaty, twierdzenia i dyrektywy mają zawsze swój intuicyjny sens”²¹. Dodaje, że choć w systemach sformalizowanych można prowadzić dowody „zapominając zupełnie

¹⁷ Borkowski (1990): 471–473.

¹⁸ Szerzej na ten temat piszę w: Czernecka-Rej (2014): 105–154.

¹⁹ Czyli, nawiązując do sformułowania R. Wójcickiego, nada jej „duszę”, ponieważ logika bez interpretacji to „logika bez duszy”. Wójcicki (2003): 13.

²⁰ Łukasiewicz (1961): 213.

²¹ Ajdukiewicz (1928): 96.

o znaczeniu”, to jednak „nie znaczy to, by w systemie sformalizowanym twierdzenia mogły nie mieć sensu; uprawiamy bowiem system aksjomatyczny sformalizowany wtedy tylko, gdy wierzymy w prawdziwość jego aksjomatów i niezawodność jego dyrektyw”.

Również Stanisław Leśniewski nie uważa aksjomatów i tez swego systemu za bezsensowne ciągi ‘znaczków’, lecz za wypowiedzi mające pewien sens, odnoszące się do pewnej rzeczywistości – wypowiedzi, o których prawdziwości jest intuicyjnie przekonany. Obrazowo wyraża to w słowach:

[...] zupełnie nie mam zamiłowania do rozmaitych ‘gier matematycznych’ polegających na tym, że wypisuje się, zgodnie z takimi lub innymi konwencjonalnymi regułami, różne bardziej lub mniej malownicze formuły, które nie muszą być bynajmniej sensowne, lub nawet, jak chcieliby niektórzy zwolennicy takich ‘gier’, właśnie powinny być pozbawione sensu²².

Nie byłoby warto dążyć, poprzez formalizację systemu, do maksymalnej ścisłości w sposobie jego prezentacji, gdyby nie to, że jego tezy powinny być wyposażone w „pewien całkiem określony, właśnie taki, a nie inny sens, przy którym aksjomaty systemu oraz procedury definicyjne i reguły wnioskowania skodyfikowane w jego dyrektywach mają dla mnie nieodpartą intuicyjną wagę”²³.

Powyższe argumenty skłaniają do uznania tezy, w myśl której ani matematyczne wyrafinowanie, ani oryginalność sposobu prezentacji formalizmu nie są wystarczające do nazwania go systemem logiki. W przeciwnym razie jaki jest cel, wartość poznawcza, zastosowanie systemu logiki? Trzeba odpowiedzieć na pytanie, po co jest logika, gdzie ją usytuować w nauce.

Na miano systemu logicznego zasługuje zatem tylko taki rachunek, który ma interpretację w podstawach wiedzy, przede wszystkim, aczkolwiek nie tylko, wiedzy naukowej. Dla przykładu język KRZ, którego semantyka jest dana chociażby w postaci adekwatnej względem niego matrycy klasycznej, posiada – obok interpretacji w teorii związków prawdziwościowych – interpretację w teorii sieci elektrycznych, przy której wartości matrycy traktuje się jako stany przewodzenia i nieprzewodzenia sygnałów elektrycznych oraz w teorii połączeń nerwowych. Różne interpretacje sprawiają, że mamy do czynienia z różnymi teoriami (formalnie analogicznymi).

²² Leśniewski (1929): 78.

²³ Ibidem.

Kluczem interpretacyjnym określa się jakiś „przepis” przyporządkowania słów języka naturalnego (lub zbliżonego do naturalnego języka jakiejś dyscypliny naukowej) symbolom rachunku, tak aby formuły rachunku stały się zdaniem tego języka²⁴. Innym kluczem interpretacyjnym posługuje się np. logika klasyczna, a innym – logika intuicjonistyczna. Funktory prawdziwościowe są pewnymi wariantami znaczeniowymi spójników zdaniowych języka potocznego. Inny wariant znaczeniowy uwzględniają np. funktory logiki intuicjonistycznej, które są interpretowane teoriowo. Wobec wieloznaczności (składniowej i semantycznej) spójników języka potocznego niezbędne jest określenie klucza interpretacyjnego, czyli właśnie tego wariantu znaczenia, którym dana logika ma się zajmować.

Ostatnim, choć wcale nie najmniej ważnym składnikiem kompletnego systemu logiki jest semantyka opisowa. Semantyka formalna nie wystarczy, ponieważ jest strukturą czysto matematyczną. Pojęcie ‘prawdy’, którym się posługuje, nie musi mieć żadnej interpretacji semantycznej. Nie odnosi więc formalizmu do wyjściowej dziedziny, którą ten formalizm zamierzał reprezentować. Występuje zatem z jednej strony rachunek z semantyką formalną, z drugiej klucz interpretacyjny. Brakuje pomostu między nimi, który dawałby gwarancję, że skonstruowany rachunek jest logiką języka, z którego pochodzi klucz interpretacyjny. Dlatego właśnie potrzebna jest semantyka opisowa, której zadaniem jest „przerzucenie swoistego poznawczego mostu między rachunkiem logicznym, a tym, czego ma on być logiką”²⁵.

W literaturze podawane są dwa sposoby tworzenia semantyki opisowej: a) sposób bezpośredni – przez uzasadnienie, że wszystkie tezy rachunku są prawdziwe w modelu wyznaczonym przez klucz interpretacyjny; b) za pośrednictwem semantyki formalnej. Drugi sposób zastosowano w odniesieniu do KRZ. Uzasadniono, że wartość wyróżnioną jego macierzy adekwatnej wolno interpretować jako prawdę, a drugą wartość – jako fałsz²⁶. Interpretacja opiera się na założeniach: zasadzie dwuwartościowości i zasadzie ekstensjonalności oraz na powiązaniu funktorów z tabelami lub działaniami arytmetycznymi, które opisują działania występujące w macierzy. Wszystkie modele klasycznej logiki zdań, np. model

²⁴ Lemmon, Henderson (1959): 25.

²⁵ Tkaczyk (2009): 15.

²⁶ „Można niekiedy ustalić takie przyporządkowanie, taką interpretację, przy której wartościom macierzy można przyporządkować semantyczne własności zdań. Przy charakterystyce klasycznego rachunku zdań elementy 1 i 0 algebry dwuelementowej mogą być interpretowane jako semantyczne własności prawdziwości i fałszywości”. Borkowski (1990): 473.

związków prawdziwościowych, model sieci elektrycznych²⁷, są względem siebie izomorficzne, czyli mają dokładnie taką samą strukturę. Natomiast przykładem semantyki opisowej bezpośrednio odnoszącej się do rachunku jest semantyka teorii dowodowa dla logiki intuicjonistycznej.

Cechą charakterystyczną logiki współczesnej jest nieproporcjonalne rozłożenie akcentów. Ogrom prac koncentruje się na formalizmie, głównie na badaniu relacji między rachunkiem a semantyką formalną. Oczywiście te prace są potrzebne, dają nieraz cenne informacje na temat własności badanego rachunku logicznego. Jednak jeśli chce się mówić o logice, należałoby prace te uzupełnić o analizy semantyki opisowej, tak aby wiedzę o rachunku można było przełożyć na wiedzę o dziedzinie jego zastosowania lub wiedzę, z której wyrasta rachunek, dla której ma być formą.

Przyjmując syntaktyczną koncepcję logiki Beall i Restall wpisują się we współczesny trend, który nakazuje tak poszerzyć zakres nazwy „logika”, aby objął on niemal każdy rachunek formalny. Ponadto ich podejście wyklucza możliwość stosowania w odniesieniu do takich rachunków zewnętrznego kryterium poprawności. Oznacza to, że założenia rachunków mogą być dobierane bez względu na to, czy coś im odpowiada w rzeczywistości, i na to, jakie to coś jest. Nie można bowiem mówić o prawdzie przekraczającej ramy systemu. Pluralizm w wydaniu Bealla i Restalla znosi roszczenie logiki do normatywności, nawet w ramach samego systemu formalnego. Czy takie podejście nie zbliża się do anarchizacji myślenia, rezygnacji z charakteryzowania związków logicznych między myślami? Wydaje się, że jeśli tak pojmie się pluralizm logiczny, to otrzymuje się przesłanki do konstatacji relatywizmu w logice.

Czy pluralizm w logice musi być relatywizmem?

Wracając do zasadniczego problemu tego artykułu trzeba postawić pytanie, czy pluralizm w logice – rozumiany jako fakt istnienia wielu (co najmniej dwóch) różnych systemów logiki – musi oznaczać relatywizm. Aby na nie odpowiedzieć warto przywołać kategorię poprawności systemu logiki. Opozycja monizm-pluralizm logiczny, wyeksplikowana najpełniej w pracy *Philosophy of Logics* S. Haack, odnosi się do liczby poprawnych rachunków logicznych. Może przy tym chodzić o poprawność wewnątrzsystemową, którą lepiej nazwać formalną, albo (i może zwłaszcza) o poprawność pozasystemową, której z kolei bardziej adekwatnym określeniem byłoby merytoryczna trafność systemu

²⁷ Koniunkcja może być tu interpretowana jako połączenie szeregowo, alternatywa jako połączenie równoległe.

logiki. O ile można łatwo wypracować kryteria tej pierwszej, druga jest niezwykle trudno uchwytna.

Czy są jakieś jednoznaczne kryteria oceny poprawności rozumowań, a tym samym oceny całych teorii naukowych? W jakim sensie można mówić, że twierdzenia logiki są prawdziwe oraz że prawdziwa jest dana teoria logiczna? Łukasiewicz w 1937 r. wyraził przeświadczenie, że jako logik staje wobec danej mu „twardej” rzeczywistości, w której nic nie może zmienić, a którą ma adekwatnie opisać. W swej pracy badawczej, a zatem i przy tworzeniu systemu logiki, winien opisywać związki logiczne, jakie zachodzą w świecie.

Wspomniany już Bocheński próbował pogodzić z jednej strony postulat, aby logik przy tworzeniu systemu opisywał związki logiczne, jakie zachodzą w świecie, z faktem wielości różnych systemów logicznych. W połowie lat 50. ubiegłego wieku, kiedy dopiero zaczynała się multiplikacja rachunków uznawanych za logiczne, pisał:

Można by odnieść wrażenie, że historia logiki wykazuje relatywizm teorii logicznych, iż widzimy w tej historii powstawanie różnych *logik*. My jednak mówimy nie o różnych logikach, lecz tylko o różnych *postaciach jednej logiki*. Ten sposób widzenia został wybrany już choćby ze względów teoretycznych, mianowicie dlatego, że wielość systemów logicznych nie musi być dowodem na relatywność logiki²⁸.

Problem polega na tym, jak pogodzić to, że jest jedna rzeczywistość (albo jedna natura ludzka) z oczywistym faktem istnienia wielości systemów logiki. Czy pluralizm systemów logicznych da się w racjonalny sposób usprawiedliwić bez implikowania tezy relatywizmu w logice?

Zauważmy najpierw, że systemy logiczne mogą różnić się między sobą na różnych poziomach. Najmniej istotna różnica występuje w sytuacji, kiedy mamy różne zbiory aksjomatów, ale ten sam zbiór tez. Jest na przykład wiele aksjomatyk klasycznego rachunku zdań: implikacyjno-negacyjna Fregego oraz Łukasiewicza, alternatywno-negacyjna Russella-Whiteheada, Hilberta-Ackermanna oparta na piętnastu aksjomatach, w których występuje pięć funktorów rachunku zdań, a także Nicoda z jednym aksjomatem i jednym funktorem pierwotnym – dysjunkcją, itd. Podobnie mało istotna jest różnica dotycząca metody budowania danego rachunku (aksjomatyczna, założeniowa, tablic semantycznych, zero-jedynkowa, matrycowa itp.), czyli niejako metody „zbierania tez”, skoro zebrany zbiór jest ten

²⁸ Bocheński (1993b): 31.

sam. Nie ma tu właściwie mowy o różnych systemach, lecz o różnych sposobach konstrukcji systemu. Analogicznie rzecz się ma w przypadku nieklasycznych systemów logicznych.

Różnica innego rodzaju występuje w przypadku, gdy zbiór też jednego systemu zawiera się (jest podzbiorem właściwym) w zbiorze też innego, przy czym ten drugi ma bogatszy język, tzn. zawiera w sposób istotny nowe symbole. Mówimy wówczas, że jest on rozszerzeniem pierwszego. Dla przykładu rozszerzeniami logiki klasycznej są logiki: modalna, kauzalna, temporalna, deontyczna itp. Zakładają one logikę klasyczną i mówią jeszcze coś więcej.

Wybór języka logiki, a dokładniej tego, jakie stałe logiczne w nim dopuszczamy, determinuje to, jakie tezy i z jaką dokładnością są w tym języku wyrażalne. Logika klasyczna dostarcza prostego, elementarnego opisu związków strukturalnych świata (i w tym sensie jest najogólniejszą ontologią). Ten opis jest niekiedy niewystarczający, zbyt ogólny. Pomija się w nim związki treściowe, sprowadzając wszystkie spójniki do spójników prawdziwościowych (ekstensjonalność), np. wszystkie zdania warunkowe do implikacji materialnej. Otrzymuje się w ten sposób prosty formalizm za cenę odejścia od języka naturalnego i pominięcia kontekstów pragmatycznych oraz aspektu komunikacyjnego. W logikach rozszerzonych formalizm staje się bogatszy i bardziej złożony. Zyskiem jest oczywiście lepsze dopasowanie formalizmu do języka naturalnego.

Na samą logikę klasyczną można patrzeć jak na gmach złożony z trzech segmentów. Na samym dole, z najuboższym językiem jest rachunek zdań, jego rozszerzeniem jest węższy rachunek predykatów bez identyczności, który z kolei można rozszerzyć dołączając znak identyczności. Moc ekspresywna rośnie wraz ze skomplikowaniem formalizmu, choć gubią się niektóre pożądane własności metasystemowe (np. rozstrzygalność). Do niektórych analiz, na przykład tych czynionych przez Bocheńskiego (pojęcia autorytetu, społeczeństwa wolnego itp.), wystarczająco precyzyjny okazuje się język węższego rachunku predykatów z identycznością, który oprócz związków prawdziwościowych między zdaniami daje możliwość wyrażenia związków wewnątrz zdaniowych. W języku tego systemu Bocheński dokonał symbolizacji²⁹, czyli zapisu wyrażen pozalogicznych w języku formalnym. Następnie korzystając z twierdzeń rachunku predykatów dedukował nowe zależności między własnościami analizowanych pojęć.

²⁹ Bocheński konsekwentnie odróżniał symbolizację od formalizacji. Pisał w tej sprawie: „Odnosnie do symboliki logicznej podkreślić należy, że zastosowania sztucznych symboli nie powinno się rozumieć jako formalizacji. Formalizacja bowiem jest pewną procedurą, za pomocą której abstrahuje się od znaczenia terminów i wykonuje operacje tylko na kształtach (materialnych) symboli – a tego tu robić nie będziemy. Symboliki używa się tutaj raczej jako wygodnego zapisu, bez którego trudno byłoby otrzymać twierdzenia o pożądanej ścisłości”. Bocheński (1993a): 150.

Z innego typu odmiennością mamy do czynienia w przypadku systemów logicznych, które różnią się w charakterystyce formalnej tych samych stałych logicznych. Innymi słowy, przy identycznym słowniku, różnią się zbiory tez. Takie rachunki Haack nazywa dewiacyjnymi i zalicza do ich grona: logikę intuicjonistyczną, wielowartościowe, parakonsystentne, rozmyte. W logice intuicjonistycznej na przykład odrzuca się prawo wyłączonego środka i silne prawo podwójnego przeczenia, w trójwartościowej logice Łukasiewicza – prawo wyłączonego środka i prawo niesprzeczności, w logice parakonsystentnej – prawo Dunsza Szkota, w logice rozmytej – zasadę dwuwartościowości. Bliższe przyjrzenie się funktorom tych logik prowadzi jednak do wniosku, że są one tylko pozornie tymi samymi funktorami co w logice klasycznej. Dla przykładu Heyting konstruując system logiki intuicjonistycznej podał dowodową interpretację stałych odwołującą się do wykonania określonej konstrukcji matematycznej. Słuszna w tym kontekście wydaje się teza o różnicy znaczeń Quine'a głosząca, że znaczenie danego funkтора jest wyznaczone przez zasady określające ogół wszystkich tez logicznych, w których ten funktor występuje. Naruszenie owego zbioru, np. przez odrzucenie albo dodanie jakiegoś aksjomatu, powoduje naruszenie całego systemu znaczeń.

Różnorodność znaczeń świadczy o tym, że znaki logiczne nie są zwykłymi zastępnikami swych odpowiedników w języku naturalnym. Są raczej rezultatami niekiedy bardzo subtelnej idealizacji wyrażen potocznych. Alternatywne idealizacje spójników zdaniowych mogą prowadzić do rozbieżnych rezultatów i w konsekwencji do alternatywnych sformułowań logiki. Różne formalne reprezentacje zdań warunkowych są wyrażone przez teorie implikacji materialnej, ścisłej, mocnej, relewantnej itp. Takie ujęcie zdaje się potwierdzać tezę późnego Wittgensteina, w myśl której język naturalny kryje w sobie wiele różnych języków. Te z kolei mogą mieć właściwe sobie racjonalne rekonstrukcje formalne.

Zadaniem logika jest wybór jednego z wielu nieprecyzyjnych znaczeń potocznego spójnika i nadanie mu ścisłego sensu. Tę czynność Quine nazywa militaryzacją języka naturalnego dla celów naukowych (matematyki, filozofii). Jedną z takich militaryzacji dokonała się w logice klasycznej.

Logiczne 'i', 'nie', 'wszystkie', 'niektóre' i reszta, nie są naszymi zwykłymi terminami „z cywila”; są to terminy zmilitaryzowane, zuniformizowane i podlegające wojskowej dyscyplinie, oczywiście ze wspomnieniami ze swojego wcześniejszego bardziej swobodnego życia, ale życia, które dla nich już się skończyło³⁰.

³⁰ Ryle (1997): 85.

Przykładowo, klasycznie zmilitaryzowane 'i' spełnia tylko wyznaczone mu zadanie – zgodnie z nim „Zachorował i poszedł do lekarza” jest dokładną parafrazą „Poszedł do lekarza i zachorował”. Spójnik ten wyraża tylko współzachodzenie ujęte aczasowo dwóch stanów rzeczy, zatem kolejność łączonych faktów (zdań) nie jest istotna. Tymczasem spójnik 'i' w powyższym przykładzie zawiera w sobie relację czasową 'i następnie', a może nawet relację przyczynową 'i w rezultacie'. Zatem inne warianty koniunkcji to koniunkcja czasowa, przyczynowa itp.

Od czego zależy wariant znaczenia danego spójnika z języka potocznego, który jest militaryzowany w języku formalnym? Może zależeć od zakładanej postawy badawczej. Uogólniając, można powiedzieć, że logika klasyczna wyrosła z ontologicznej postawy badawczej. W tej perspektywie interesuje nas rzeczywistość taka, jaka ona jest sama w sobie. Natomiast logika intuicjonistyczna, której funktory związane są z ludzkimi możliwościami poznawczymi, w szczególności możliwościami przeprowadzenia efektywnego dowodu czy konstrukcji matematycznej, wyrosła z perspektywy epistemologicznej. Najogólniej można powiedzieć, że funktory klasyczne i intuicjonistyczne są rozumiane w innej perspektywie badawczej.

Wydaje się, że z punktu widzenia logika wielość systemów nie stanowi problemu. Fakt istnienia wielu różnych systemów logicznych nie upoważnia do wysuwania tezy relatywizmu. Współczesna logika formalna nie wydaje się mnogością „rywalizujących” ze sobą systemów, z których należałoby wybierać w arbitralny sposób. Jest raczej rodziną, być może nieskończoną, nieskończenie wielu zbiorów systemów. Systemy te są tworzone ze względu na aspektowość opisu świata. Zupełnie inną kwestią jest to, że nie-logicy mogą mieć problem z wyborem właściwej teorii formalnej dla własnych celów. Powinni pamiętać, że za każdą z nich stoją mocne, choć często nieuświadomione, założenia filozoficzne, których nie wolno ignorować. Jak można w sposób niearbitralny uzasadnić wybór konkretnego systemu do danego zagadnienia, jaka jest natura i mechanizm uzasadnienia owego wyboru? Są to zagadnienia sensu stricto filozoficzne, powiązane dodatkowo z ujęciem przedmiotu logiki.

Bibliografia

- Ajdukiewicz K. (1928), *Główne zasady metodologii nauk i logiki formalnej*, Komisja Wyd. Koła Mat.-Fiz. Słuchaczy UW, Warszawa.
- Beall J.C., Restall G. (2000), *Logical Pluralism*, „Australasian Journal of Philosophy” 78: 475–493.

- Beall J.C., Restall G. (2001), *Defending Logical Pluralism*, [w:] *Logical Consequence: Rival Approaches Proceedings of the 1999 Conference of the Society of Exact Philosophy*, J. Woods, B. Brown (red.), Stanmore, Hermes: 1–22.
- Beall J.C., Restall G. (2006), *Logical Pluralism*, Clarendon Press, Oxford.
- Bocheński J.M. (1993a), *Pojęcie społeczeństwa wolnego*, [w:] J.M. Bocheński, *Logika i filozofia. Wybór pism*, J. Parys (red.), PWN, Warszawa: 150–161.
- Bocheński J.M. (1993b), *Rozwój logiki formalnej*, [w:] J.M. Bocheński, *Logika i filozofia. Wybór pism*, J. Parys (red.), PWN, Warszawa: 22–34.
- Borkowski L. (1990), *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych*, [w:] J.M. Bocheński, *Studia logiczne*, TN KUL, Lublin: 469–475.
- Carnap R. (1995), *Logiczna składnia języka*, tłum. B. Stanosz, PWN, Warszawa.
- Czernecka-Rej B. (2014), *Pluralizm w logice. Studium z filozofii logiki*, Wydawnictwo KUL, Lublin.
- Griffiths O. (2013), *Problems for Logical Pluralism*, „History and Philosophy of Logic” 34 (2): 170–182.
- Haack S. (1978), *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, Cambridge-London-New York.
- Lemmon E.J., Henderson G.P. (1959), *Is There Only One Correct System of Modal Logic?*, „Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volume” 33: 23–56.
- Leśniewski S. (1929), *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*, „Fundamenta Mathematicae” 14: 1–81.
- Łukasiewicz J. (1961), *W obronie logistyki*, [w:] J. Łukasiewicz, *Z zagadnień logiki i filozofii*, PWN, Warszawa: 210–219.
- Priest G. (2001), *Logic: One or Many*, [w:] *Logical Consequence: Rival Approaches Proceedings of the 1999 Conference of the Society of Exact Philosophy*, J. Woods, B. Brown (red.), Hermes Science Press, Stanmore: 23–28.
- Restall G. (2002), *Carnap's Tolerance, Meaning, and Logical Pluralism*, „The Journal of Philosophy” 99 (8): 426–443.
- Ricketts T. (1994), *Carnap's Principle of Tolerance, Empiricism, and Conventionalism*, [w:] *Reading Putnam*, P. Clark, B. Hale (red.), Blackwell, Oxford: 176–200.
- Ryle G. (1997), *Logika formalna i nieformalna*, tłum. A. Sierszulska, [w:] *Filozofia logiki*, J. Woleński (red.), Wydawnictwo Spacja – Fundacja Aletheia, Warszawa: 79–95.
- Tkaczyk M. (2009), *Logika czasu empirycznego. Funktor realizacji czasowej w językach teorii fizykalnych*, Wydawnictwo KUL, Lublin.
- Wójcicki R. (2003), *Wykłady z logiki z elementami teorii wiedzy*, Wyd. Naukowe Scholar, Warszawa.